

А. И. Михайлов, А. В. Митин, И. О. Кожневников

ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УСТАНОВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАРЯДА И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В МНОГОСЛОЙНОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СТРУКТУРЕ С МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ КОНТАКТАМИ

Аннотация. *Актуальность и цели.* В настоящее время возможности вычислительных комплексов позволяют использовать математическое моделирование в качестве одного из основных методологических подходов при решении различных научных и инженерных задач. Усложнение объектов исследования неизбежно приводит к усложнению математических моделей, поэтому поиск новых приемов оптимизации алгоритмов расчета является важной задачей. Данная работа посвящена актуальной проблеме разработки, анализа и оптимизации математических моделей многослойных полупроводниковых структур. Целью работы является разработка методики последовательной настройки и адаптации алгоритма локально-полевой математической модели, описывающей динамику установления распределения заряда и электрического поля в многослойных кремниевых структурах при условии неомичности металлических контактов. *Материалы и методы.* Моделирование проводится в одномерной системе координат. Система уравнений модели включает уравнение непрерывности, уравнение Пуассона с соответствующими граничными и начальными условиями и выражение для плотности полного тока через структуру. В качестве неидеального омического контакта рассматривается контакт металл–полупроводник с потенциальным барьером 0,3 эВ. Методика оптимизации алгоритма заключается в выборе соответствующих начальных и граничных условий, исходя из известных физических представлений, корректировке соответствующих условий, повышающей точность и сходимости решения, поиске оптимального соотношения между шагом по времени и по координате, обеспечивающего устойчивость и малое время установления стационарного решения. Оптимизация производится поэтапно для нескольких типов исследуемой структуры с последовательным усложнением. *Результаты.* Разработанная методика последовательной настройки и адаптации алгоритма локально-полевой математической модели, описывающей динамику установления распределения заряда и электрического поля в многослойных кремниевых структурах $n^+ - n - n^+$ при условии неомичности металлических контактов, позволяет повысить точность решения и сократить время и количество вычислений. Корректность получаемых результатов (распределений концентрации электронов, напряженности электрического поля и потенциала, вольт-амперных характеристик) подтверждается их качественным согласованием с известными физическими представлениями. *Выводы.* Разработанная методика имеет как методическую, так и практическую ценность и может быть использована при разработке других математических моделей более сложных структур, в том числе при учете влияния различных внешних физических факторов.

Ключевые слова: локально-полевая математическая модель, многослойные структуры, омические контакты.

А. И. Mikhaylov, А. V. Mitin, I. O. Kozhevnikov

**OPTIMIZATION OF THE ALGORITHM
OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE CHARGE
AND ELECTRIC FIELD DISTRIBUTION
STABILIZATION IN A MULTILAYER SEMICONDUCTOR
STRUCTURE WITH METAL CONTACTS**

Abstract. *Background.* At the present time the capacities of computer systems allow using mathematical modeling as one of the major methodological approaches to solve various scientific and engineering problems. The increasing complexity of research objects inevitably leads to complication of mathematical models, so the search for new computation algorithms optimization methods is an important task. This work is dedicated to a topical issue of design, analysis and optimization of mathematical models of multilayer semiconductor structures. The aim of this work is to develop a method of sequential adjustment and adaptation of local-field mathematical model algorithm which describes stabilization dynamics of the charge and the electric field distribution in multilayer silicon structures with non-ohmic metal contacts. *Materials and methods.* The authors carried out simulation in a one-dimensional coordinate system. The system of the model equations includes the equation of continuity, Poisson's equation with the appropriate boundary and initial conditions, and the equation for the total current density through the structure. The metal-semiconductor contact with a potential barrier of 0.3 eV is considered as a non-ideal ohmic contact. The algorithm optimization method consists of several main items. The relevant initial and boundary conditions are selected on the basis of the known physical concepts. Adjustment of the appropriate conditions improves the solution accuracy and convergence. Tradeoff between the time steps and the coordinate steps provides stability and fast setting of the stationary solution. Optimization is performed in stages for several types of this structure with a sequential increasing of complexity. *Results.* The authors developed a method of sequential adjustment and adaptation of local-field mathematical model algorithm which describes the stabilization dynamics of the charge and the electric field distribution in multilayer $n^+ - n - n^+$ silicon structures with non-ohmic metal contacts. This method improves the accuracy of the solution and reduces the computation time and required computing power. The validity of the calculation results (electron density distributions, electric field and potential distributions, current-voltage characteristics) is confirmed by its qualitative agreement with known physical concepts. *Conclusions.* The developed method has both methodological and practical values and can be used for other mathematical models of more complex structures, considering the different external physical factors effect.

Key words: local-field mathematical model, multilayer structures, ohmic contacts.

Введение

Математическое моделирование электронных процессов в полупроводниковых структурах широко применяется при проектировании различных полупроводниковых приборов. Полупроводниковые структуры практически всех известных приборов полупроводниковой электроники содержат чередующиеся слои с различными типами проводимости и концентрациями носителей заряда [1, 2]. Кроме того, физические процессы, протекающие в полупроводниковых структурах, в большинстве случаев существенно зависят от типа и свойств металлических контактов [3, 4]. Идеальные омические контакты в реальных структурах довольно трудно получить, поскольку различные факторы (например, наличие поверхностных состояний) могут приводить к воз-

никновению барьера для основных носителей заряда у границы раздела полупроводника с металлом [5]. Поэтому разработка математических моделей, позволяющих учитывать свойства реальных омических контактов (наличие области пространственного заряда в полупроводнике, туннелирование электронов, поверхностные состояния и т.д.), не теряет актуальности и в настоящее время [6–9].

Для описания динамики пространственного заряда и тока в полупроводниковых структурах, как правило, используется локально-полевая математическая модель (ЛПММ) (см. например [10–12]), в которой дрейфовая скорость и коэффициент диффузии подвижных носителей заряда являются локальными и мгновенными функциями напряженности электрического поля. ЛПММ отличается относительной простотой алгоритма вычислений по сравнению с температурными моделями и моделями на основе метода Монте-Карло, не требует больших вычислительных ресурсов и характеризуется малым временем расчета. При этом ЛПММ адекватно описывает электронные процессы в большинстве важных для практики случаев [13].

При построении математических моделей основными проблемами являются обеспечение точности решения, а также уменьшение времени вычислений. На сегодня сокращение затрат на вычисления может быть достигнуто применением более производительных вычислительных комплексов, использованием новых технологий программирования, применением более эффективных технологий анализа, а также различных приемов оптимизации алгоритма расчета. При моделировании физических процессов в многослойных системах с помощью ЛПММ обеспечение сходимости разностной схемы может быть достигнуто выбором корректных начальных и граничных условий, а устойчивость и малое время установления стационарного решения – выбором соотношения между шагами по времени и по координате.

В данной работе описывается методика последовательной настройки и адаптации алгоритма ЛПММ, описывающей динамику установления распределения заряда и электрического поля в многослойных кремниевых структурах $n^+ - n - n^+$ с неидеальными омическими контактами. Методика заключается в последовательном определении физически корректных граничных и начальных условий, обеспечивающих сходимость разностной схемы, и выборе соотношений между шагами по времени и координате, обеспечивающих ее устойчивость и малое время установления стационарного решения, для конкретного набора слоев многослойной структуры.

1. Формулировка уравнений модели

Система уравнений ЛПММ включает уравнение непрерывности и уравнение Пуассона с соответствующими граничными и начальными условиями и является нелинейной системой уравнений с частными производными. В работе используется вариант ЛПММ, в котором только дрейфовая скорость электронов v_n считается локальной и мгновенной функцией напряженности электрического поля E и для Si задается известным аналитическим выражением [14]:

$$v_n(E) = \frac{\mu_n E}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu_n E}{v_s}\right)^2}} \quad (1)$$

с параметрами аппроксимации $\mu_n = 1200 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$, $v_s = 10^7 \text{ см/с}$, а коэффициент диффузии электронов D_n предполагается постоянным и равным $35 \text{ см}^2/\text{с}$.

Рассматривается вариант, когда в случае неидеального омического контакта у границы раздела полупроводника с металлом имеется потенциальный барьер для основных носителей заряда высотой $0,3 \text{ эВ}$. Предполагается, что между металлом и полупроводником отсутствует диэлектрический зазор, а на поверхности полупроводника нет поверхностных электронных состояний. Во всех рассмотренных в данной работе вариантах структур степень легирования областей, примыкающих к металлическим контактам, не превышает 10^{15} см^{-3} , поэтому процесс туннелирования электронов через металлические контакты не учитывается [6, 7].

На рис. 1 представлена одномерная система координат для моделируемой структуры, где \mathbf{j} – вектор плотности тока проводимости через образец; \mathbf{E} – вектор напряженности электрического поля; \mathbf{v}_n – вектор дрейфовой скорости электронов; \mathbf{e}_x – единичный вектор оси x ; L – длина полупроводникового кристалла.

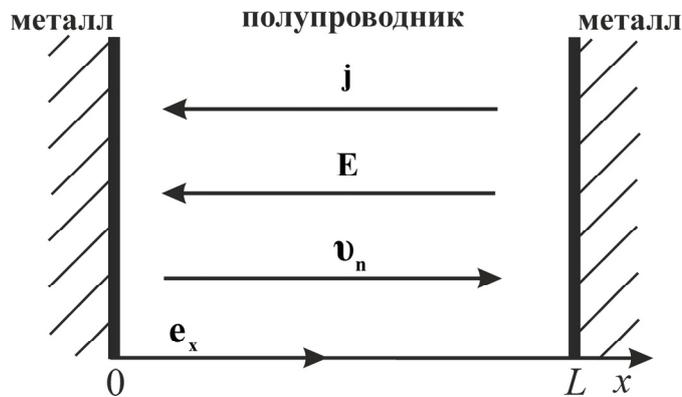


Рис. 1. Система координат

Записав уравнение непрерывности для электронов, уравнение Пуассона и выражение, связывающее электрическое поле и потенциал, в выбранной системе координат, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - v_n(E) \frac{\partial n}{\partial x} - n \frac{\partial v_n(E)}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = q \frac{(n - N_D)}{\epsilon \epsilon_0}, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} = E, \end{cases} \quad (2)$$

где $n = n(x, t)$, $E = E(x, t)$ и $\varphi = \varphi(x, t)$ – концентрация электронов, напряженность электрического поля и потенциал как функции координаты x и времени t соответственно; $v_n(E)$ – дрейфовая скорость электронов, задаваемая аналитическим выражением (1); $N_D = N_D(x)$ – зависимость концентрации

доноров от координаты x ; ε – относительная диэлектрическая проницаемость полупроводника, ε_0 – электрическая постоянная.

Для решения системы уравнений (2) из физических соображений формулируются соответствующие начальные и граничные условия, вид которых выбирается для конкретного типа моделируемой структуры и рассматривается отдельно в следующем разделе.

Уравнения системы (2) аппроксимируются с помощью конечно-разностных схем и решаются численно на компьютере при выбранных начальных и граничных условиях. Первое и второе уравнения системы решаются методом прогонки, третье – методом бегущего счета [15]. Устойчивость разностной схемы обеспечивается выбором соотношения между шагами по времени и по координате, которые должны быть меньше соответствующих характеристических величин: максвелловского времени релаксации и дебаевской длины экранирования. Адекватность модели характеризуется качественным соответствием ее выходных параметров – стационарных распределений $n(x)$, $E(x)$ и $\varphi(x)$, а также статических вольт-амперных характеристик (ВАХ) известным физическим представлениям.

2. Адаптация и тестирование модели

Для получения конечного варианта ЛПММ многослойной кремниевой структуры $n^+ - n - n^+$ с неидеальными омическими контактами проводится поэтапная настройка разработанной модели, заключающаяся в ее адаптации и тестировании для нескольких типов исследуемой структуры с последовательным усложнением: 1) БК – n^+ – ОК; 2) БК – $n^+ - n$ – ОК; 3) БК – $n^+ - n - n^+$ – ОК; 4) БК – $n^+ - n - n^+ - \text{БК}$, где БК – барьерный (неидеальный), а ОК – идеальный омические контакты.

1. Для структуры типа БК – n^+ – ОК с однородным профилем легирования начальные и граничные условия задаются следующим образом:

Начальные условия:

$$n(x, 0) = N_D(x) \quad \text{при } 0 \leq x \leq L; \quad (3)$$

$$\varphi(x, 0) = \begin{cases} -\frac{qN_D(0)}{2\varepsilon\varepsilon_0}(L_0 - x)^2 & \text{при } 0 \leq x \leq L_0, \\ 0 & \text{при } x > L_0; \end{cases} \quad (4)$$

$$E(x, 0) = \begin{cases} \frac{qN_D(0)}{\varepsilon\varepsilon_0}(L_0 - x) & \text{при } 0 \leq x \leq L_0, \\ 0 & \text{при } x > L_0, \end{cases} \quad (5)$$

где $N_D(x) = N_D = \text{const}$, а L_0 – начальное значение ширины области пространственного заряда (ОПЗ) контакта металл-полупроводник (КМП), рассчитываемое следующим образом:

$$L_0 = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0\varphi_k}{qN_D}}, \quad (6)$$

где φ_k – контактная разность потенциалов в ОПЗ КМП.

Условие (3) означает, что начальное распределение электронов в структуре соответствует профилю легирования образца. Условия (4) и (5) следуют из аналитического решения уравнения Пуассона для области пространственного заряда КМП [13]. Ввиду самосогласованности задачи в результате итераций численного счета устанавливаются физически корректные распределения за конечное количество шагов по времени.

Граничные условия для БК:

$$n(0,t) = n_c \quad \text{при } t > 0; \quad (7)$$

$$\varphi(0,t) = -\varphi_k \pm |U| \quad \text{при } t > 0; \quad (8)$$

$$E(0,t) = \frac{qn_c L_0}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad \text{при } t > 0, \quad (9)$$

где n_c – концентрации электронов на границе с металлом; U – постоянное напряжение, прикладываемое к структуре.

Значение концентрации электронов на границе с металлом n_c в начальном приближении определяется известным выражением

$$n_c = N_D(0) \exp \left[-\frac{q\varphi_k}{kT} \right] \quad (10)$$

и уточняется в ходе численных экспериментов. Критерием адекватности значения n_c является качественное соответствие стационарного распределения электрического потенциала в структуре известным физическим представлениям (рис. 2). Для исследуемых структур с концентрацией легирующей примеси $3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ и контактной разностью потенциалов 0,3 В уточненное значение n_c составляет $2,7 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$.

Знаки перед $|U|$ в условии (8) приведены для прямого и обратного смещения БК соответственно для описанной системы координат (рис. 1). Условие (9) задается в соответствии с аналитическим решением уравнения Пуассона для барьера Шоттки без учета объемного заряда свободных носителей в ОПЗ.

Граничные условия для ОК:

$$n(L,t) = N_D(L) \quad \text{при } t > 0, \quad (11)$$

$$\varphi(L,t) = 0 \quad \text{при } t > 0, \quad (12)$$

$$E(L,t) = 0 \quad \text{при } t > 0. \quad (13)$$

2. Для структуры типа БК – $n^+ - n$ – ОК начальные условия идентичны начальным условиям для первого типа структуры (3)–(5). Для этого варианта структур профиль легирования $N_D(x)$ задается кусочно-линейной функцией вида

$$N_D(x) = \begin{cases} 10N_D & \text{при } 0 \leq x < a, \\ 10N_D - \frac{9N_D(x-a)}{b-a} & \text{при } a \leq x \leq b, \\ N_D & \text{при } b < x \leq L, \end{cases} \quad (14)$$

где a и b – произвольные точки, задающие границы $(n^+ - n)$ -перехода.

Граничные условия идентичны граничным условиям для первого типа структуры, кроме выражения для потенциала на правой границе полупроводника (рис. 1) для ОК (12):

$$\varphi(L, t) = -\frac{kT}{q} \ln \frac{n^+}{n}, \quad (15)$$

где n^+ и n – концентрации электронов в n^+ -слое и n -слое соответственно [14].

Условие (15) означает, что на $(n^+ - n)$ -переходе существует разность потенциалов, определяемая соотношением

$$\Delta\varphi = \frac{kT}{q} \ln \frac{n^+}{n}.$$

3. Начальные условия для структуры типа БК – $n^+ - n - n^+$ – ОК также идентичны условиям для структуры первого типа (3)–(5). Для этого варианта структур профиль легирования $N_D(x)$ задается кусочно-линейной функцией вида

$$N_D(x) = \begin{cases} 10N_D & \text{при } 0 \leq x < a, \\ 10N_D - \frac{9N_D(x-a)}{b-a} & \text{при } a \leq x \leq b, \\ N_D & \text{при } b < x < (L-b), \\ N_D + \frac{9N_D(x-(L-b))}{(L-a)-(L-b)} & \text{при } (L-b) \leq x \leq (L-a), \\ 10N_D & \text{при } (L-a) < x \leq L. \end{cases} \quad (16)$$

Граничные условия отличаются от граничных условий для первого типа структуры выражением для потенциала на правой границе КМП для ОК (12):

$$\varphi(L, t) = -\frac{kT}{q} \ln \frac{n_1^+}{n} - \frac{kT}{q} \ln \frac{n}{n_2^+}, \quad (17)$$

где n_1^+ и n_2^+ – концентрации электронов в n^+ -слое вблизи левого и правого контактов соответственно.

4. Для структуры типа БК – $n^+ - n - n^+$ – БК начальные и граничные условия формулируются следующим образом:

Начальные условия:

$$n(x, 0) = N_D(x) \quad \text{при } 0 \leq x \leq L; \quad (18)$$

$$\varphi(x, 0) = \begin{cases} -\frac{qN_D(0)}{2\epsilon\epsilon_0}(L_{01}-x)^2 & \text{при } 0 \leq x \leq L_{01}, \\ 0 & \text{при } L_{01} < x < (L-L_{02}), \\ -\frac{qN_D(L)}{2\epsilon\epsilon_0}(x-(L-L_{02}))^2 & \text{при } (L-L_{02}) \leq x \leq L; \end{cases} \quad (19)$$

$$E(x,0) = \begin{cases} \frac{qN_D(0)}{\varepsilon\varepsilon_0}(L_{01} - x) & \text{при } 0 \leq x \leq L_{01}, \\ 0 & \text{при } L_{01} < x < (L - L_{02}), \\ -\frac{qN_D(L)}{\varepsilon\varepsilon_0}(x - (L - L_{02})) & \text{при } (L - L_{02}) \leq x \leq L, \end{cases} \quad (20)$$

где L_{01} и L_{02} – начальные значения ширины ОПЗ левого и правого барьерных контактов соответственно, рассчитываемые аналогично L_0 . Профиль легирования $N_D(x)$ в условии (18) задается кусочно-линейной функцией (16).

Граничные условия:

$$n(0,t) = n_c, \quad n(L,t) = n_c \quad \text{при } t > 0, \quad (21)$$

$$\varphi(0,t) = -\varphi_k \pm |U|, \quad \varphi(L,t) = -\varphi_k \quad \text{при } t > 0, \quad (22)$$

$$E(0,t) = \frac{qN_D(0)L_0}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad E(L,t) = -\frac{qN_D(0)L_0}{\varepsilon\varepsilon_0} \quad \text{при } t > 0. \quad (23)$$

В условии (23) знаки для электрического поля у правой и левой границы различаются, поскольку в системе координат отличаются направления электрического поля для первого и второго барьера соответственно (рис. 1).

В результате тестирования алгоритма ЛПММ были определены оптимальные значения шагов по времени $\tau = 30$ пс и по координате $h = 50$ нм. Также определены граничные значения: при $\tau \geq 32$ пс и $h \geq 100$ нм решение расходится, а при $\tau < 10^{-17}$ с и $h < 5 \cdot 10^{-11}$ м ощутимо возрастает время установления стационарного решения $t_{уст}$. Для рассматриваемых структур рассчитанные значения максвелловского времени релаксации и дебаевской длины экранирования составляют $\tau_m = 170$ пс и $l_d = 720$ нм соответственно. Полуценная зависимость $t_{уст}(\tau)$ хорошо описывается функцией вида

$$t_{уст}(\tau) \sim \tau^{-1}.$$

Для расчета ВАХ использовалось следующее выражение для плотности полного тока через структуру:

$$J(t_{уст}) \Big|_U = \frac{1}{L} \int_0^L \left\{ qn(x, t_{уст})v_n(x, t_{уст}) + q \cdot D_n \frac{\partial n(x, t_{уст})}{\partial x} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E(x, t)}{\partial t} \Big|_{t_{уст}} \right\} dx, \quad (24)$$

где $t_{уст}$ – момент установления стационарного решения модели, соответствующий n -му шагу по времени, критерием которого выбиралось условие $\left| \frac{J(t_n) - J(t_{n-1})}{J(t_n)} \right| \leq 0,01$. При этом количество шагов n по времени не превы-

шало 70, что позволяет использовать данный вариант модели для расчета динамических процессов, протекающих в структуре с частотой $f < 500$ МГц.

Стационарные распределения концентрации электронов, электрического поля и потенциала, полученные для четырех типов структур при нулевом смещении ($U = 0$), представлены на рис. 2. Из рисунка видно, что в состоянии термодинамического равновесия системы у границы с БК существует область, обедненная основными носителями заряда. На границах ($n^+ - n$)- и ($n - n^+$)-переходов также присутствуют соответствующие области, представляющие собой потенциальный барьер. Приведенные результаты качественно согласуются с моделью Шоттки для барьера в КМП [4]. На рис. 3 приведены статические ВАХ четырех типов структур. Уменьшению ОПЗ левого БК соответствует напряжение смещения $U > 0$, увеличению – $U < 0$. Для структур с одним БК (рис. 3,а) при $U < 0$ наблюдается участок насыщения тока, а при $U > 0$ – экспоненциальный рост тока, что согласуется с известными физическими представлениями.

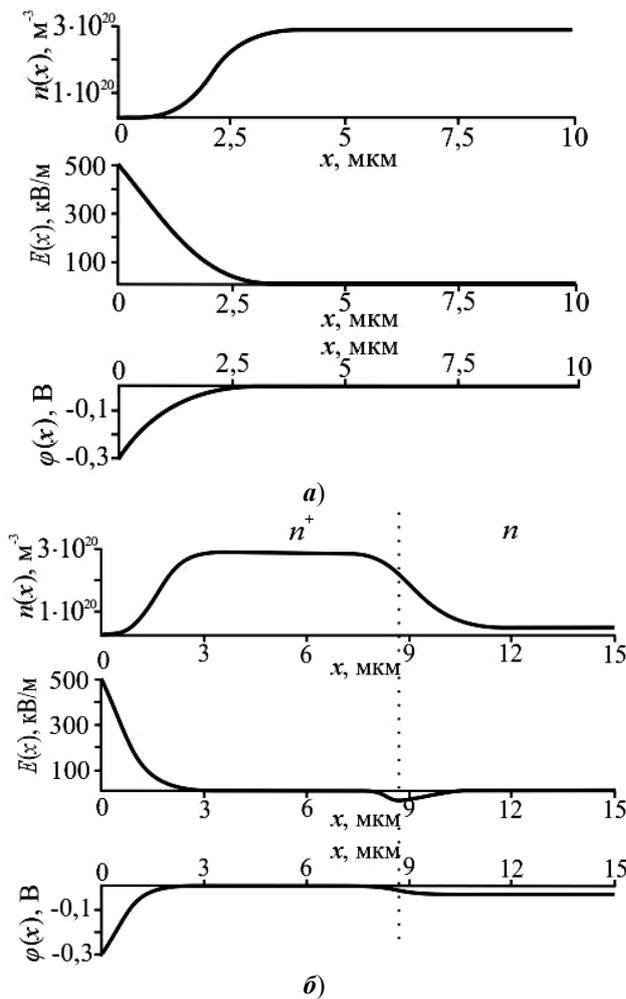


Рис. 2. Стационарные распределения концентрации электронов, напряженности электрического поля и потенциала для структуры типа: **а** – БК – n^+ – ОК; **б** – БК – n^+ – n – ОК; **в** – БК – n^+ – n – n^+ – ОК; **г** – БК – n^+ – n – n^+ – БК (см. также с. 142)

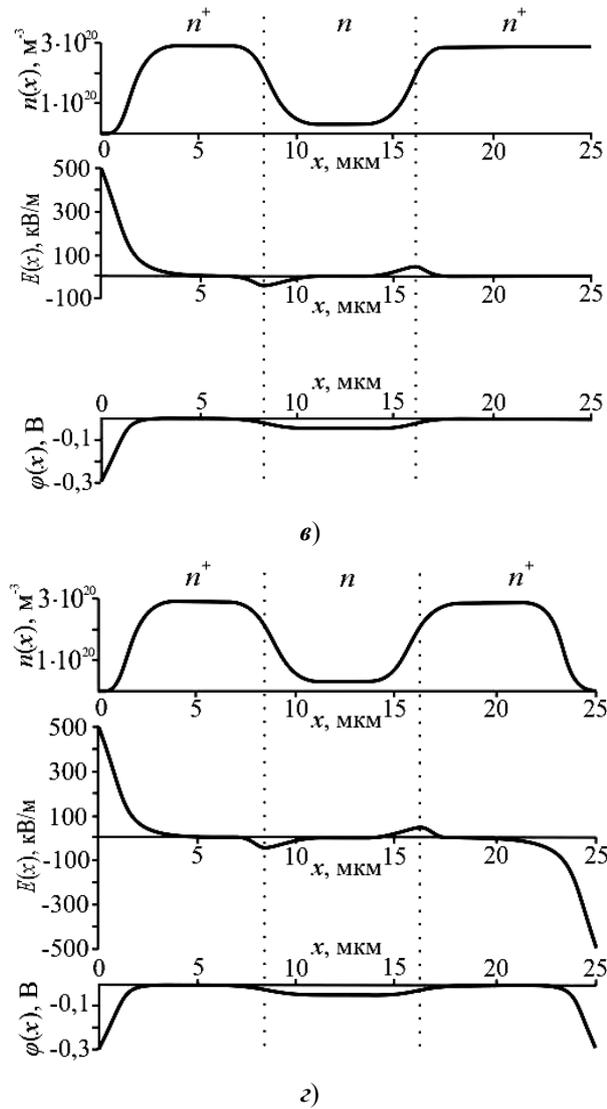


Рис. 2. Окончание

Симметричность относительно нуля рассчитанной ВАХ для структуры типа БК – $n^+ - n - n^+$ – БК (рис. 3,б) связана с увеличением ОПЗ одного из БК при любой полярности приложенного напряжения.

Заключение

Разработанная методика последовательной настройки и адаптации алгоритма ЛПММ, описывающей динамику установления распределения заряда и электрического поля в многослойных кремниевых структурах $n^+ - n - n^+$ при условии неомичности металлических контактов, позволяет повысить сходимость и устойчивость ее разностной схемы. Предложен и обоснован способ выбора начальных и граничных условий, обеспечивающих получение физически корректных результатов. Применение метода прогонки при численном решении уравнений непрерывности и Пуассона позволило улучшить сходи-

мость разностных схем. Показано, что полученные распределения поля, потенциала и концентрации электронов, а также рассчитанные статические ВАХ соответствуют известным физическим представлениям.

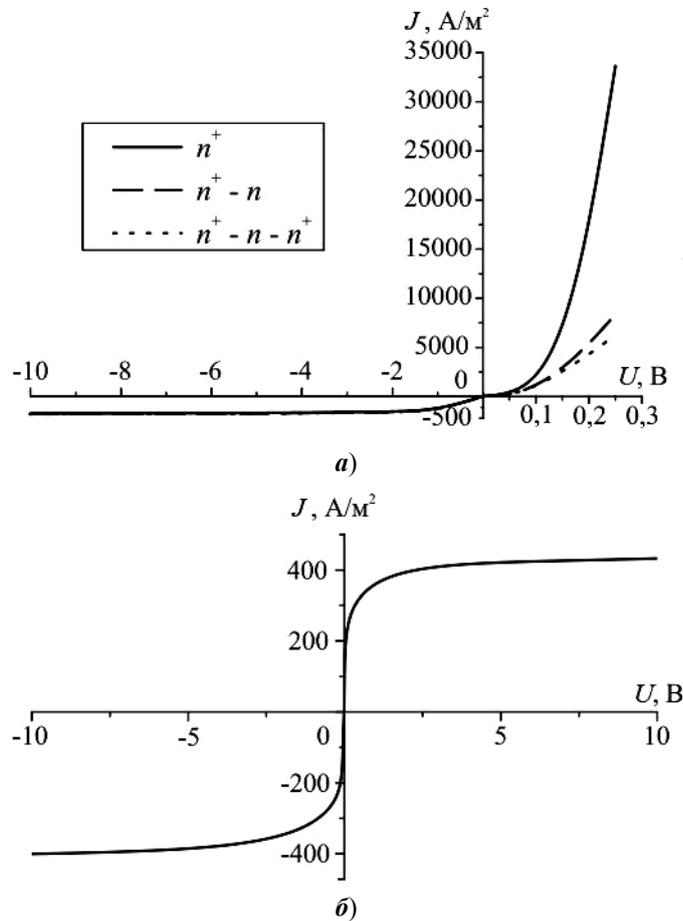


Рис. 3. Вольт-амперные характеристики: *a* – трех различных типов структур с одним БК; *б* – структуры типа $n^+ - n - n^+$ с двумя БК

Выявлено, что рассматриваемый алгоритм математической модели наиболее чувствителен к параметру n_c (концентрации электронов в полупроводнике на границе с металлом). Уточнение данного параметра в ходе численных экспериментов позволило получить корректный вид стационарного распределения электрического потенциала в структуре типа БК – n^+ – ОК. Полученное значение n_c было использовано в граничных условиях для структур остальных типов (БК – $n^+ - n$ – ОК, БК – $n^+ - n - n^+$ – ОК, БК – $n^+ - n - n^+$ – БК).

В процессе оптимизации модели определено конкретное для данного алгоритма соотношение шагов по времени и по координате, обеспечивающее устойчивость и малое время установления стационарного решения. Также количественно описана зависимость времени установления стационарного решения от шага по времени.

Предложенная методика может быть использована при разработке моделей других полупроводниковых приборов со схожей или более сложной структурой, в том числе при учете влияния различных внешних физических факторов.

Список литературы

1. **Гаврилов, Р. А.** Технология производства полупроводниковых приборов / Р. А. Гаврилов, М. А. Скворцов. – Л. : Энергия, 1968. – 240 с.
2. **Зи, С.** Физика полупроводниковых приборов : в 2 кн. ; пер. с англ. / С. Зи. – М. : Мир, 1984. – 912 с.
3. **Стриха, В. И.** Контактные явления в полупроводниках / В. И. Стриха. – Киев : Выща школа. Головное изд-во, 1982. – 224 с.
4. **Родерик, Э. Х.** Контакты металл-полупроводник / Э. Х. Родерик. – М. : Радио и связь, 1982. – 209 с.
5. **Бланк, Т. В.** Механизмы протекания тока в омических контактах металл-полупроводник. Обзор / Т. В. Бланк, О. А. Гольдберг // Физика и техника полупроводников. – 2007. – Т. 41, № 1. – С. 1282–1308.
6. **Schroeder, D.** An analytical model of non-ideal ohmic and Schottky contacts for device simulation / Dietmar Schroeder // Simulation of semiconductor devices and processes. – 1991. – Vol. 4. – P. 313–319.
7. **Торхов, Н. А.** Токотенос в структурах Me – n – n⁺ с барьером Шоттки / Н. А. Торхов, С. В. Еремеев // Физика и техника полупроводников. – 2000. – Т. 34, № 1. – С. 106–112.
8. **Косяченко, Л. А.** Исследование контакта «металл – полупроводник на основе HgMnTe» / Л. А. Косяченко, А. В. Марков, С. Э. Остапов, И. М. Раренко // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 2002. – № 3. – С. 3–5.
9. **Агеев, О. А.** Диоды с барьером Шоттки Au–TiB_x–n–6H–SiC: особенности токопереноса в выпрямляющих и невыпрямляющих контактах / О. А. Агеев, А. Е. Беляев, Н. С. Болтовец // Физика и техника полупроводников. – 2009. – Т. 34, № 7. – С. 897–903.
10. **Павлов, Г. П.** Границы применимости локально-полевых моделей полупроводниковых приборов / Г. П. Павлов // Математическое моделирование. – 1990. – Т. 2, № 3. – С. 55–62.
11. **Михайлов, А. И.** Анализ нелинейной динамики тока в длинных высокоомных образцах n-GaAs в условиях локальной засветки. Ч. 1. Формулировка модели / А. И. Михайлов, А. В. Митин // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2007. – Т. 10, № 2. – С. 49–56.
12. **Михайлов, А. И.** Анализ нелинейной динамики тока в длинных высокоомных образцах n-GaAs в условиях локальной засветки. Ч. 2. Результаты моделирования / А. И. Михайлов, А. В. Митин // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2010. – Т. 13, № 1. – С. 73–81.
13. **Носов, Ю. Р.** Математические модели элементов интегральной электроники / Ю. Р. Носов, К. О. Петросянц, В. А. Шилин. – М. : Сов. радио, 1976. – 304 с.
14. **Шалимова, К. В.** Физика полупроводников / К. В. Шалимова. – СПб. : Лань, 2010. – 400 с.
15. **Турчак, Л. И.** Основы численных методов / Л. И. Турчак, П. В. Плотников. – М. : Физматлит, 2003. – 304 с.

References

1. Gavrilov R. A., Skvortsov M. A. *Tekhnologiya proizvodstva poluprovodnikovyykh priborov* [Technology of semiconductor devices production]. Leningrad: Energiya, 1968, 240 p.

2. Zi S. *Fizika poluprovodnikovykh priborov: v 2 kn.; per. s angl.* [Physics of semiconductor devices: in 2 books; translation from English]. Moscow: Mir, 1984, 912 p.
3. Strikha V. I. *Kontaktnye yavleniya v poluprovodnikakh* [Contact phenomena in semiconductors]. Kiev: Vyshcha shkola. Golovnoe izd-vo, 1982, 224 p.
4. Roderik E. Kh. *Kontakty metall-poluprovodnik* [Metal-semiconductor contacts]. Moscow: Radio i svyaz', 1982, 209 p.
5. Blank T. V., Gol'dberg O. A. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Physics and technology of semiconductors]. 2007, vol. 41, no. 1, pp. 1282–1308.
6. Schroeder D. *Simulation of semiconductor devices and processes*. 1991, vol. 4, pp. 313–319.
7. Torkhov N. A., Ereemeev S. V. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Physics and technology of semiconductors]. 2000, vol. 34, no. 1, pp. 106–112.
8. Kosyachenko L. A., Markov A. V., Ostapov S. E., Rarenko I. M. *Tekhnologiya i konstruirovaniye v elektronnoy apparature* [Technology and construction in electronic equipment]. 2002, no. 3, pp. 3–5.
9. Ageev O. A., Belyaev A. E., Boltovets N. S. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Physics and technology of semiconductors]. 2009, vol. 34, no. 7, pp. 897–903.
10. Pavlov G. P. *Matematicheskoe modelirovaniye* [Mathematical modeling]. 1990, vol. 2, no. 3, pp. 55–62.
11. Mikhaylov A. I., Mitin A. V. *Fizika volnovykh protsessov i radiotekhnicheskie sistemy* [Wave process physics and radio engineering systems]. 2007, vol. 10, no. 2, pp. 49–56.
12. Mikhaylov A. I., Mitin A. V. *Fizika volnovykh protsessov i radiotekhnicheskie sistemy* [Wave process physics and radio engineering systems]. 2010, vol. 13, no. 1, pp. 73–81.
13. Nosov Yu. R., Petrosyants K. O., Shilin V. A. *Matematicheskie modeli elementov integral'noy elektroniki* [Mathematical models of integral electronics' elements]. Moscow: Sov. radio, 1976, 304 p.
14. Shalimova K. V. *Fizika poluprovodnikov* [Physics of semiconductors]. Saint Petersburg: Lan', 2010, 400 p.
15. Turchak L. I., Plotnikov P. V. *Osnovy chislennykh metodov* [Basic numerical methods]. Moscow: Fizmatlit, 2003, 304 p.

Михайлов Александр Иванович

доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
физики полупроводников, Саратовский
государственный университет имени
Н. Г. Чернышевского (Россия,
г. Саратов, ул. Астраханская, 83)

E-mail: MikhailovAI@info.sgu.ru

Mikhaylov Aleksandr Ivanovich

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, head of sub-department
of physics of semiconductors, Saratov
State University named after
N. G. Chernyshevsky (83 Astrakhanskaya
street, Saratov, Russia)

Митин Антон Васильевич

старший преподаватель, кафедра физики
полупроводников, Саратовский
государственный университет имени
Н. Г. Чернышевского (Россия,
г. Саратов, ул. Астраханская, 83)

E-mail: mitin_av@mail.ru

Mitin Anton Vasil'evich

Senior lecturer, sub-department
of physics of semiconductors, Saratov
State University named after
N. G. Chernyshevsky (83 Astrakhanskaya
street, Saratov, Russia)

Кожевников Илья Олегович

аспирант, заведующий учебной лабораторией полупроводниковой электроники кафедры физики полупроводников, Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского (Россия, г. Саратов, ул. Астраханская, 83)

E-mail: kozhevnikov_io@rambler.ru

Kozhevnikov Ilya Olegovich

Postgraduate student, head of the laboratory of semiconductor electronics, sub-department of physics of semiconductors, Saratov State University named after N. G. Chernyshevsky (83 Astrakhanskaya street, Saratov, Russia)

УДК 621.382.2

Михайлов, А. И.

Оптимизация алгоритма математической модели установления распределения заряда и электрического поля в многослойной полупроводниковой структуре с металлическими контактами / А. И. Михайлов, А. В. Митин, И. О. Кожевников // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2013. – № 4 (28). – С. 133–146.